

ΤΕΤΑΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας ( $CV$ ) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλισή τους ( $s$ ) είναι 4, τότε:

- α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι  $\bar{x} = 20$ . **Μονάδες 7**
- β) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ . **Μονάδες 10**
- γ) Για την τιμή του  $\alpha$  που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος. **Μονάδες 5**
- δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί. **Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = 4x^3 - 12x + 2006, \quad x \in \mathbb{R}$$

- α) Να βρεθεί η παράγουσα της  $f$ . **Μονάδες 8**
- β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . **Μονάδες 8**
- γ) Να εξεταστεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Έστω  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί και συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \alpha & , x > 2 \\ 4 & , x = 2 \\ \alpha x + \beta & , x < 2 \end{cases}$$

α) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

**Μονάδες 8**

β) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ .

**Μονάδες 5**

γ) Να υπολογίσετε τα  $\alpha, \beta$  ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 8**

δ) Για τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  που βρήκατε στο ερώτημα γ, να υπολογίσετε τις τιμές  $f(0)$  και  $f(3)$ .

**Μονάδες 4**

#### **ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Μια βιοτεχνία, μεταξύ άλλων, κατασκευάζει κεραμικά πλακίδια σε σχήμα τριγώνου. Σε κάθε πλακίδιο το άθροισμα της βάσης  $x$  και του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση αυτή είναι σταθερό και ισούται με  $50 \text{ cm}$ .

α) Να δείξετε ότι το εμβαδό  $E$  της επιφάνειας κάθε τριγωνικού πλακιδίου δίνεται συναρτήσει του  $x$  από τον τύπο

$$E(x) = \frac{1}{2} x(50 - x)$$

**Μονάδες 8**

β) Για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδό  $E(x)$  γίνεται μέγιστο.

**Μονάδες 12**

γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του  $E(x)$ .

**Μονάδες 5**