ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΛΥΣΕΙΣ ΕΤΟΥΣ 2007

ΘΕΜΑ 1ο

α)

Διάστημα	Συχνότητα v_i	Μέσο διαστήματος K_i	$v_i K_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
[2,4)	3	3	9	12	12
[4,6)	6	5	30	24	36
[6,8)	8	7	56	32	68
[8,10)	5	9	45	20	88
[10,12)	3	11	33	12	100
Αθροίσματα	25		173	100	

β) Είναι: $\bar{x} = \frac{173}{25} \cong 6.92\ min.$

γ) $8 + 5 + 3 = 16$ δρομολόγια.

δ) $\frac{3}{25} + \frac{6}{25} + \frac{8}{25} = \frac{17}{25} \cong 68\%.$

ΘΕΜΑ 2ο

α) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^3-4x^2+3x}{x^2-x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x(x^2-4x+3)}{x(x-1)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^2-4x+3}{x-1} = \frac{3}{-1} = -3$

β) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (e^x - \alpha) = 1 - \alpha$

γ) Πρέπει:

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) \Leftrightarrow -3 = 1 - \alpha \Leftrightarrow \boxed{\alpha = 4}$$

δ) Για να είναι η f συνεχής στο x=0 πρέπει και αρκεί:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -3 = -3 + \beta \Leftrightarrow \boxed{\beta = 0}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α) Αφού η f είναι παραγωγίσιμη και παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $x_0 = 1$ (εσωτερικό σημείο του $\mathbb{R}$), σύμφωνα με το θεώρημα Fermat θα είναι:

$$f'(1)=0$$

Για να ανήκει στο διάγραμμα της f το σημείο Α(1,0), πρέπει:

$$f(1)=0$$

Είναι: $f'(x)=2x+\kappa$, οπότε $f'(1)=2+\kappa$. Επομένως έχουμε τις συνθήκες:

$$\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+\kappa=0 \\ 1+\kappa+\lambda=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \kappa=-2 \\ \lambda=1 \end{cases}$$

β) Έχουμε: $f''(x)=(2x+\kappa)'=2$

γ) Έχουμε:

$$f(x)+f'(x)+f''(x)=(x^2-2x+1)+(2x-2)+2=x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α) $f'(x)=\frac{10}{x}-10x, x>0$

β) Είναι: $f'(x)=\frac{10}{x}-10x=\frac{10-10x^2}{x}=\frac{10(1-x)(1+x)}{x}$

Άρα, $f'(x)=0 \Leftrightarrow 10(1-x)(1+x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1\ (\alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota) \end{cases}$

	0		1		$+\infty$
$1-x$		+	0	-	
$1+x$		+		+	
x		+		+	
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		↗		↘	

γ) Η f παρουσιάζει ακρότατο για $x=1$ με τιμή $f(1)=-5$, το οποίο είναι **ολικό μέγιστο**.

δ) Επειδή το $f(1)=-5$ είναι ολικό μέγιστο της f έπεται ότι είναι $f(x)\leq f(1), \forall x\in(0,+\infty)$, δηλαδή είναι: $f(x)\leq -5, \forall x\in(0,+\infty)$.