ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΛΥΣΕΙΣ ΕΤΟΥΣ 2006

ΘΕΜΑ 1ο

α) Είναι: $CV = \frac{s}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{s}{CV} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4}{0.2} \Longrightarrow \bar{x} = 20.$

β) Είναι: $\bar{x} = \frac{16{,}14{,}22{,}18{,}20 + \alpha}{5} = \frac{90+\alpha}{5}$, οπότε λόγω του ερωτήματος α) έχουμε:

$$\frac{90+\alpha}{5} = 20 \Leftrightarrow \alpha = 10$$

γ) Ταξινομούμε τις παρατηρήσεις κατά αύξουσα σειρά:

$$14, 16, 18, 22, 30$$

και επειδή το πλήθος τους είναι περιττό η διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση. Επομένως είναι $\delta = 18$.

δ) Επειδή $CV = 20\% < 10\%$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ 2ο

α) Έχουμε διαδοχικά:

$$f(x) = 4x^3 - 12x + 2006 = (x^4)' - 6(x^2)' + 2006(x)' = (x^4 - 6x^2 + 2006x)'$$

Άρα η ζητούμενη παράγουσα είναι: $F(x) = x^4 - 6x^2 + 2006x + c, x \in \mathbb{R}$ και c πραγματική σταθερά.

β) Είναι $f'(x) = (4x^3 - 12x + 2006)' = 12x^2 - 12, x \in \mathbb{R}$.

γ) $f'(x) = 12x^2 - 12 = 12(x-1)(x+1)$.

Οπότε, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \text{x} = 1 \\ \text{x} = -1 \end{cases}$

Ο πίνακας μονοτονίας της f έχει ως εξής:

	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$x-1$	-	|	-	0	+
$x+1$	-	0	+	|	+
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

ΘΕΜΑ 3ο

α) Έχουμε: $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-4}{x-2}\alpha = \alpha \lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \alpha \lim_{x\to 2^+}(x+2) = 4\alpha$

β) Έχουμε: $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-}(\alpha x + \beta) = 2\alpha + \beta$

γ) Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$ πρέπει και αρκεί:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 4\alpha = 2\alpha + \beta \\ 4\alpha = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 2 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

δ) $f(0) = 0x + \beta = 2$ και $f(3) = \frac{9-4}{3-2}\alpha = 5$

ΘΕΜΑ 4ο

α) Αν B το μήκος της βάσης και Υ το μήκος του ύψους που αντιστοιχεί σε αυτή τη βάση, σε cm, τότε:

$$E(x) = \frac{1}{2}B\Upsilon$$

και επειδή $B + \Upsilon = 50 \Rightarrow \Upsilon = 50 - x$, έχουμε:

$$E(x) = \frac{1}{2}x(50 - x), 0 < x < 50^{(*)}$$

β) Είναι: $E'(x) = \frac{1}{2}(50 - x) - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}(50 - 2x)$. Βρίσκουμε τα στάσιμα σημεία της E:

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(50 - 2x) = 0 \Leftrightarrow x = 25$

Είναι: $E''(x) = -1$, οπότε στο $x = 25$ έχουμε τοπικό μέγιστο (το οποίο εν προκεμένω είναι και ολικό μέγιστο). Άρα το εμβαδό γίνετε μέγιστο για $x = 25\ (cm)$.

γ) Το μέγιστο εμβαδό είναι: $E(25) = 312{,}5\ (cm^2)$.

<u>(*) Παρατήρηση</u>
Στην εκφώνηση θα έπρεπε να δίνεται περιορισμός για το x, δοθέντως ότι αυτό εκφράζει μήκος πλευράς τριγώνου. Το ευρύτερο υποσύνολο στο οποίο μπορεί να κινείται το x είναι το $(0,50)$, έτσι ώστε $E(x) > 0$, επειδή εκφράζει εμβαδό και $x > 0$ επειδή εκφράζει μήκος πλευράς τριγώνου.