ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΛΥΣΕΙΣ ΕΤΟΥΣ 2005

ΘΕΜΑ 1ο

α)

Τιμές x_i	Συχνότητα ν_i	Αθροιστική Συχνότητα	$x_i\nu_i$
0	11	11	0
1	14	25	14
2	17	42	34
3	5	47	15
4	3	50	12
Αθροίσματα	50		75

β) Η μέση τιμή είναι: $x = \frac{\sum_i x_i \nu_i}{\sum_i \nu_i} = \frac{75}{50} = 1.5$

γ) Επειδή έχουμε συνολικά 50παρατηρήσεις η διάμεσος είναι το ημιάθροισμα της 25^{ης} και της 26^{ης} παρατήρησης. Η 25^{η} παρατήρηση είναι έχει τιμή 1, ενώ η 26^{η} έχει τιμή 2. Άρα:

$$\delta = \frac{1+2}{2} = 1.5$$

δ) Το εύρος είναι: $R = 4 - 0 = 4$

ΘΕΜΑ 2ο

α) Έχουμε: $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to -1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to -1^-} (x+1) = 0$

β) Έχουμε: $\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} (\kappa x + \mu) = -\kappa + \mu$

γ) Έχουμε: $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (\kappa x + \mu) = \kappa + \mu$

δ) Έχουμε: $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (x^2 + 2x + 5 + lnx) = 1 + 2 + 5 + 0 = 8$

ε) Το $\lim_{x\to -1} f(x)$ υπάρχει αν και μόνο αν: $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) \Leftrightarrow 0 = -\kappa + \mu$

Το $\lim_{x\to 1} f(x)$ υπάρχει αν και μόνο αν: $\lim_{x\to -1} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) \Leftrightarrow \kappa + \mu = 8$

Επομένως πρέπει να αληθεύουν ταυτόχρονα τα:

$$\begin{cases} -\kappa + \mu = 0 \\ \kappa + \mu = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mu = 4 \\ \kappa = 4 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α) $f'(0) = 0^2 - 2.0 = 0$ και $f'(2) = 2^2 - 2.2 = 0$

β) Έχουμε: $f'(x) = x^2 - 2x = x(x-2)$

Τα στασιμα σημεία είναι αυτά όπου: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Σχηματίζουμε τον επόμενο πίνακα:

	$-\infty$	0		2	$+\infty$
x	-	0	+		+
$x-2$	-		-		+
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Άρα η f είναι γνήσια αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 0)$ και $(2, +\infty)$ και γνήσια φθίνουσα στο διάστημα $(0,2)$.

γ) $f''(x) = \left(f'(x)\right)' = \left(x^2 - 2x\right)' = 2x - 2$

δ) Αφού $f''(0) = -2 < 0$ στο $x_0 = 0$ έχουμε τοπικό μέγιστο. Αφού $f''(2) = 2 > 0$ στο $x_0 = 2$ έχουμε τοπικό ελάχιστο.

ε) Είναι: $f'(x) = x^2 - 2x = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2\right)' \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + c$. Για τον υπολογισμό της σταθεράς c θέτουμε $x = 0$, οπότε: $f(0) = c \Leftrightarrow c = 2005$. Επομένως, είναι:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2005, x \in \mathbb{R}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α) $N(0) = 1000$

β) Είναι: $N'(t) = \left(2t^3 - t^2 + 5t + 1000\right)' = 6t^2 - 2t + 5$

γ) $N'(2) = 24 - 4 + 5 = 25$ (δελφίνια/έτος)

δ) $N(10) = 2000 - 100 + 50 + 1000 = 2950$ (δελφίνια)