

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ**

ΛΥΣΕΙΣ ΕΤΟΥΣ 2004

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Είναι: $v = v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 \Leftrightarrow 25 = 4 + v_2 + 5 + 4 + 3 + 2 \Leftrightarrow v_2 = 7$

Επομένως συμπληρώνουμε τον πίνακα ως εξής:

Αριθμός παιδιών x_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$
0	4	4	16
1	7	11	28
2	5	16	20
3	4	20	16
4	3	23	12
5	2	25	8
Αθροίσματα			100

β) Η επικρατούσα τιμή είναι 1 (παιδί), διότι έχει τη μεγαλύτερη συχνότητα (7).

γ) Αφού έχουμε 25 παρατηρήσεις η διάμεσος είναι η 13^η παρατήρηση, η οποία έχει τιμή 2.

δ) 16%

ε) $4 + 7 + 5 = 16$ οικογένειες έχουν μέχρι και 2 παιδιά

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Έχουμε: $\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^+} (\lambda x + 3) = 9\lambda + 3$

β) Έχουμε: $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3}$, στο οποίο εμφανίζεται η απροσδιοριστία $\frac{0}{0}$. Με χρήση συζυγούς παράστασης έχουμε:

$$\lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{(2x-18)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{(2x-18)(\sqrt{x}+3)}{x-9} = \lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{2(x-9)(\sqrt{x}+3)}{x-9} = \lim_{x \rightarrow 9^-} 2(\sqrt{x} + 3) = 12$$

οπότε, $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = 12$

γ) Η f είναι συνεχής στο $x_0 = 9$, αν και μόνο αν, ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^-} f(x) = f(9) \Leftrightarrow 9\lambda + 3 = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Είναι: $f'(x) = (2x^3 - 9x^2 + ax + \beta)' = 6x^2 - 18x + a$

β) Έχουμε: $f'(1) = 6 - 18 + a = a - 12$, και $f(2) = 2.8 - 9.4 + 2a + \beta = -20 + 2a + \beta$, οπότε:

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(2) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(2) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 12 = 0 \\ -20 + 2a + \beta = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

γ) Για τις παραπάνω τιμές των a και β , έχουμε: $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x^2 - 3x + 1)$. Άρα:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Τα διαστήματα μονοτονίας φαίνονται στον επόμενο πίνακα:

	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$x^2 - 3x + 1$	+	0	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗	↘		↗

ΘΕΜΑ 4^ο

α) Έστω y πλάτος του οικοπέδου σε μέτρα. Τότε το εμβαδό του οικοπέδου είναι: $E = xy$. Αλλά από την εκφώνηση έχουμε $x + y = 200 \Leftrightarrow y = 200 - x$, οπότε ο τύπος του εμβαδού συναρτήσει μόνο του x γράφεται:

$$E(x) = x(200 - x) = -x^2 + 200x$$

β) Είναι: $E'(x) = (-x^2 + 200x)' = -2x + 200 = -2(x - 100)$

Άρα, $E'(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x - 100) = 0 \Leftrightarrow x = 100$

Επίσης, $E''(x) = (-2x + 200)' = -2$, οπότε $E''(100) = -2 < 0$. Άρα στο $x_0 = 100$ έχουμε τοπικό μέγιστο. Επομένως το εμβαδό γίνεται μέγιστο για $x = 200$ (μέτρα).

γ) $E(100) = -10000 + 20000 = 10000$ τετραγωνικά μέτρα.